МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Физический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Декан физического факультета
________________ М.С. Тиванов
«___» ____________ 20____ г.

Регистрационный № ____________

Программа вступительных испытаний
для поступающих на I ступень послевузовского образования
(аспирантура)

Специальность 01.01.03 Математическая физика

Минск, 2019г.

СОСТАВИТЕЛИ:
Н.Г.Абрашина-Жадаева — зав. кафедрой высшей математики и математической физики, д-р. физ.-мат. наук, доцент;
А.Н.Фурс — заведующий кафедрой теоретической физики и астрофизики, профессор;

РАССМОТРЕНА И РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики и математической физики

протокол от 30 мая 2019 г. № 10

Советом факультета
Протокол от 27 июня 2019 № 12

Ответственный за редакцию ____________________ Тимощенко И.А.
(подпись) *(инициалы, фамилия)*

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

I. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
1.1. Теорема существования и единственности решения начальной задачи для систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
1.2. Непрерывность и дифференцируемость решений по параметрам и начальным данным.
1.3. Решение линейных уравнений и систем произвольного порядка с постоянными коэффициентами.
1.4. Линейные уравнения с переменными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.
1.5. Автономные системы дифференциальных уравнений. Положения равновесия, предельные циклы.
1.6. Устойчивость, теорема Ляпунова.
1.7. Фазовые портреты линейных систем. Седло, узел, фокус, центр.

II. Интегральные уравнения
2.1. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода.
2.2. Теоремы Фредгольма.
2.3. Теорема Гильберта-Шмидта.
2.4. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению с помощью функций Грина.

III. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям в частных производных
3.1. Колебательные процессы.
3.2. Теплопроводность и диффузия.
3.3. Электромагнитное поле.
3.4. Уравнение гидро-газодинамики.

IV. Классификация уравнений в частных производных.
4.1. Классификация и каноническая форма уравнений в частных производных второго порядка.
4.2. Постановка основных краевых задач: задача Коши, I, II и III краевые задачи, смешанные задачи.
4.3. Корректность постановки краевых задач.

V. Эллиптические уравнения.
5.1. Классические решения основных краевых задач для эллиптических уравнений.
5.2. Уравнение Лапласа. Основные свойства гармонических функций (формула Грина, теорема о среднем, принцип максимума, теорема об устранимой особенности).

5.3. Решение задачи Дирихле и Неймана (внутренней и внешней) методом потенциалов.
5.4. Функция Грина и её применение к решению задач.
5.5. Формула Пуассона для шара и круга.
5.6. Уравнение Гельмгольца: постановка краевых задач, условия излучения, принципы предельной амплитуды и предельного поглощения.

VI. Уравнения параболического типа.
6.1. Постановка основных краевых задач.
6.2. Принцип максимума и единственность.
6.3. Тепловые потенциалы.
6.4. Решение смешанной задачи методом разделения переменных.

VII. Уравнение гиперболического типа.
7.1. Постановка основных краевых задач.
7.2. Интеграл энергии, единственность.
7.3. Решение смешанной задачи методом Фурье.
7.4. Решение задач Коши для волнового уравнения (формулы Даламбера, Пуассона, Кирхгофа).
7.5. Метод спуска.
7.6. Распространение волн в пространстве, на плоскости и на прямой.
7.7. Методы Даламбера и Римана для решения задачи Коши и Гурса в случае одной пространственной переменной.

VIII. Метод конечных разностей.
8.1. Общие сведения.
8.2. Метод конечных разностей для решения задачи Дирихле.
8.3. Разностные схемы для уравнения теплопроводности.
8.4. Устойчивость разностных схем.

IX. Элементы функционального анализа.
9.1. Линейные нормированные пространства. Банаховы пространства. Гильбертовы пространства.
9.2. Пространства Лебега и Соболева. Построение элемента наилучшего приближения в гильбертовых и банаховых пространствах.
9.3. Непрерывность, ограниченность и норма линейного оператора. Пространство ограниченных линейных операторов. Обратные операторы. Замкнутые операторы.
9.4. Компактные множества в нормированных пространствах. Линей¬ные вполне непрерывные операторы.
9.5. Спектр линейного оператора. Спектр вполне непрерывного и самосопряженного оператора. Неограниченные операторы в гильбертовом пространстве.

X. Элементы дробной динамики.
10.1. Дробный интеграл Римана-Лиувилля, дробные производные Римана-Лиувилля, Герасимова-Капуто и Грюнвальда-Летникова.
10.2. Уравнение аномальной диффузии. Методы решения.
10.3. Численные методы решения задачи аномальной диффузии.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Демидович Б.П., Моденов В.П. Дифференциальные уравнения:Учебное пособие,3-е изд.,стер.-СПб.: Издательство «Лань», 2008.
2. А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. Дифференциальные уравнения: учебник для студентов физических специальностей и специальности "Прикладная математика" [МГУ им. М.В. Ломоносова].— Изд. 4-е, стер..— Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: Учебник. 7-е изд. / Тихонов А.Н., Самарский А.А. - М.: Изд-во МГУ; Изд-во «Наука», 2004.
4. Агошков В.И., Дубовский П.Б., Шутяев В.П. Методы решения задач математической физики / Под ред. Г.И. Марчука: Учеб. пособие. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
5. Владимиров В. С. Уравнения математической физики, М., «Наука», 2003.
6. Петровский В. Г. Лекции об уравнениях с частными производными, Физматгиз, 1961.
7. Самарский А. А. Теория разностных схем, М., «Наука», 1977.
8. Учайкин В.в. Метод дробных производных. Ульяновск: Артишок, 2008
9. ТарасовВ.Е. Модели теоретической физики с интегро-дифференцированием дробного порядка, - М, -Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2011, -с.568.
10. Podlubny I. Fractional Differential Equationns/ -Academic Press, 1999 – с.304

Дополнительная литература

11. Бицадзе А. В. Уравнения математической физики, М., «Наука», 1976.
12. Михайлов В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных, М., «Наука», 1976.

13. Ладыженская О. А. Краевые задачи математической физики, М., «Наука», 1973.
14. Ахиезер Н.И., Глазман И.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве.- М.: Наука, 1966. - 544 с.
15. Данфорд Н., Шварц Дж. Линейные операторы. Общая теория. - М.: ИЛ, 1962. - 896 с.
16. Колмогоров А.Н., Фомин СВ. Элементы теории функций и функционального анализа - М.: Наука, 1981. - 543 с.
17. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые приложения. - Минск: Наука и техника, 1987. – 688 с.